

Механические колебания – периодическое или почти периодическое движение тела, при котором оно многократно и в разных направлениях проходит положение равновесия.

Основные признаки колебательного движения: повторяемость движения и его возвратность.

Для устойчивого существования механических колебаний необходимо:

1. наличие возвращающей силы – силы, стремящейся вернуть тело в положение равновесия (при малых смещениях от положения равновесия);
2. наличие малого трения в системе.

Основные характеристики колебательного движения:

1. **Период колебаний** – промежуток времени, за которое тело совершает одно полное колебание. Обозначение - T . Единица измерения – с (секунда). Формула для расчета периода включает в себя время t , за которое тело совершает N колебаний.

$$T = \frac{t}{N}$$

2. **Частота колебаний** – число колебаний за единицу времени. Обозначение – ν (ню). Единица измерения – Гц (Герц или с^{-1}). Связь между периодом и частотой

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$$

3. **Смещение (координата)** – отклонение от положения равновесия. Обозначение - x . Единица измерения – м (метр).

4. **Амплитуда колебаний** – положение наибольшего смещения тела. Обозначение – x_{\max} (A). Единица измерения – м (метр).

5. **Начальная фаза колебаний** – величина, которая определяет положение тела в начальный момент времени. Обозначение - φ_0 . Единица измерения - рад (радиан).

6. **Фаза колебаний** – это величина, определяющая состояние колебательной системы в любой момент времени. Обозначение – φ . Единица измерения – рад (радиан). Фаза колебаний – это величина, находящаяся под знаком синуса или косинуса в уравнении колебаний. Фаза показывает, какая часть периода прошла от начала колебаний. Фаза гармонических колебаний в процессе колебаний изменяется

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

7. **Циклическая частота** – это число колебаний за 2π секунд. Обозначение – ω , единицы измерения – рад/с

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Важно! Путь, пройденный телом за одно полное колебание, равен четырем амплитудам.

Гармонические колебания

Гармонические колебания – колебания, которые происходят по закону синуса или косинуса

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Важно! Чаще всего в заданиях рассматриваются ситуации, когда начальная фаза колебаний равна нулю, тогда уравнения имеют вид

$$x = x_m \cos \omega t \quad \text{или} \quad x = x_m \sin \omega t$$

Все дальнейшие рассуждения мы будем проводить именно для этих случаев, но все что будет сказано полностью аналогично распространяется и на случаи, когда колебания начинаются с начальной фазой.

Уравнение $x = x_m \cos \omega t$	Уравнение $x = x_m \sin \omega t$
В начальный момент времени смещение тела совпадает с максимальным отклонением от положения равновесия	В начальный момент времени тело проходит положение равновесия
Скорость – первая производная от координаты $v_x = x'(t)$	
$v_x = (x_m \cos \omega t)' = -x_m \sin \omega t \cdot (\omega t)' = -x_m \omega \sin \omega t$	$v_x = (x_m \sin \omega t)' = x_m \cos \omega t \cdot (\omega t)' = x_m \omega \cos \omega t$
Амплитуда (наибольшее значение) скорости $v_m = x_m \omega$	
Ускорение – первая производная от скорости или вторая производная от координаты $a_x = v_x'(t) = x''(t)$	
$a_x = (-x_m \omega \sin \omega t)' = -x_m \omega \cos \omega t \cdot (\omega t)' = -x_m \omega^2 \cos \omega t$	$a_x = (x_m \omega \cos \omega t)' = -x_m \omega \sin \omega t \cdot (\omega t)' = -x_m \omega^2 \sin \omega t$
Амплитуда (наибольшее значение) ускорения $a_m = x_m \omega^2$	
Мгновенное значение силы, действующей на тело $F_x = m a_x$	
$F_x = -m x_m \omega^2 \cos \omega t$	$F_x = -m x_m \omega^2 \sin \omega t$
Амплитуда (наибольшее значение) силы $F_m = m x_m \omega^2$	
Графики координаты, скорости и ускорения	
<p>График для уравнения $x = x_m \cos \omega t$. Показаны три синусоиды: координата $x = f(t)$ (красная), скорость $v_x = f'(t)$ (зеленая) и ускорение $a_x = f''(t)$ (синяя). Ось абсцисс – время t, ось ординат – значения. Максимальные значения обозначены A, v_m, a_m. Минимальные – $-A$, $-v_m$, $-a_m$. Нулевые значения отмечены 0. Период T и углы $\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ отмечены на оси абсцисс.</p>	<p>График для уравнения $x = x_m \sin \omega t$. Показаны три синусоиды: координата $x = f(t)$ (красная), скорость $v_x = f'(t)$ (зеленая) и ускорение $a_x = f''(t)$ (синяя). Ось абсцисс – время t, ось ординат – значения. Максимальные значения обозначены A, v_m, a_m. Минимальные – $-A$, $-v_m$, $-a_m$. Нулевые значения отмечены 0. Период T и углы $\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ отмечены на оси абсцисс.</p>

Свободные колебания – колебания, которые совершает тело под действием внутренних сил системы за счет начального запаса энергии после того как его вывели из положения устойчивого равновесия.

Система тел, способная совершать свободные колебания называется колебательной системой.

Пружинный маятник (горизонтальный и вертикальный)	Математический маятник
<p>Изображения пружинного маятника: горизонтальный и вертикальный варианты.</p>	<p>Изображение математического маятника.</p>
Период колебаний зависит только от жесткости пружины и массы груза	Период колебаний зависит только от длины нити и величины ускорения свободного падения
$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Важно! Если маятник не является ни пружинным, ни математическим (физический маятник), то его циклическую частоту, период и частоту колебаний по формулам, применимым к математическому и пружинному маятнику, рассчитать нельзя. В данном случае эти величины рассчитываются из формулы силы, действующей на маятник, или из формул энергий.

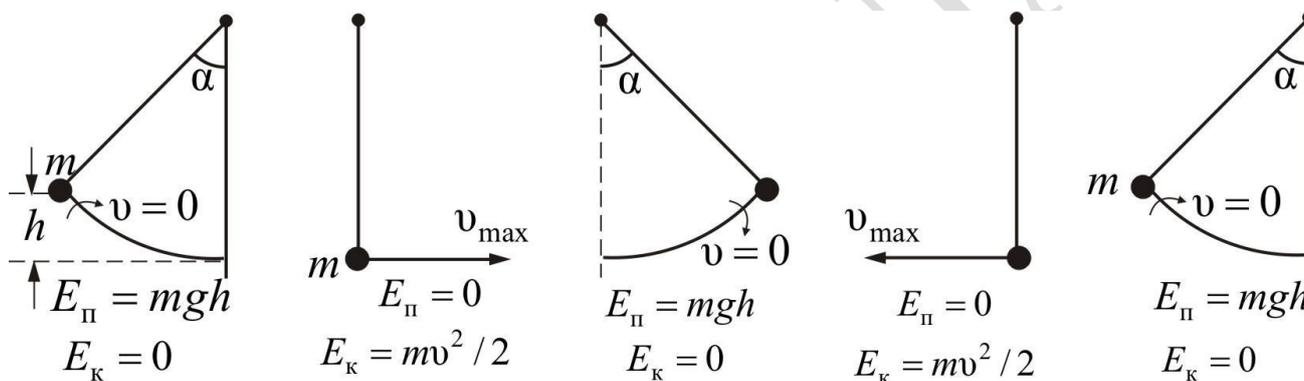
Энергия колебательного движения

Тело, совершающее гармонические колебания, обладает энергией:

1. в положении равновесия: потенциальная энергия равна нулю, кинетическая энергия максимальна;
2. при максимальном отклонении от положения равновесия: потенциальная энергия максимальна, кинетическая энергия равна нулю.

При гармонических колебаниях каждую четверть периода происходит переход потенциальной энергии в кинетическую и обратно.

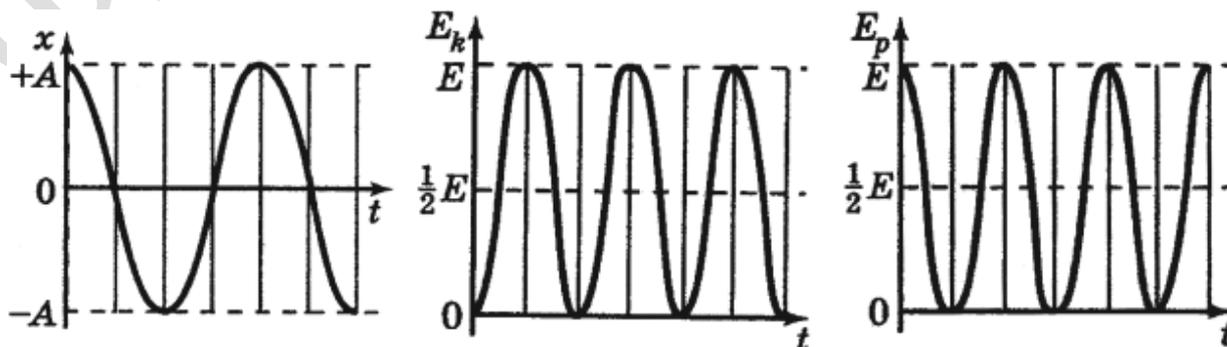
Превращения энергии при колебаниях математического маятника



Важно!! Полная механическая энергия гармонических колебаний не изменяется. При гармонических колебаниях полная механическая энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергий в данный момент времени:

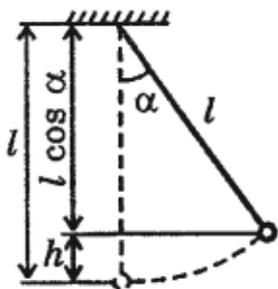
$$E = const \Rightarrow E = E_{п\ max} = E_{к\ max} = E_{п} + E_{к}$$

Важно! Следует помнить, что период колебаний кинетической и потенциальной энергий в 2 раза меньше, чем период колебаний координаты, скорости, ускорения и силы. А частота колебаний кинетической и потенциальной энергий в 2 раза больше, чем частота колебаний координаты, скорости, ускорения и силы.



Графики зависимости кинетической, потенциальной и полной энергий всегда лежат выше оси времени.

Потенциальная энергия маятников

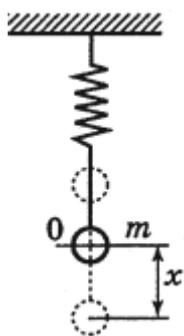


Мгновенное значение потенциальной энергии математического маятника, поднявшегося в процессе колебаний на высоту h

$$E_{\text{п}} = mgh,$$

$$h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha).$$

$$mgh_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}$$



Мгновенное значение потенциальной энергии пружинного маятника

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}.$$

Максимальное значение потенциальной энергии пружинного маятника

$$E_{\text{п max}} = \frac{kx_m^2}{2}.$$

$$\frac{kx_m^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

Важно! В некоторых задачах, помимо потенциальной энергии вертикального пружинного маятника, которую он приобретает в результате колебаний, необходимо учитывать еще потенциальную энергию деформации, вызванной подвешиванием груза к пружине (пружина уже обладает потенциальной энергией в положении равновесия, поскольку находится в растянутом состоянии под действием веса груза)

Важно! Груз подвешенный на пружине вертикального маятника обладает потенциальной энергией в поле тяжести Земли.

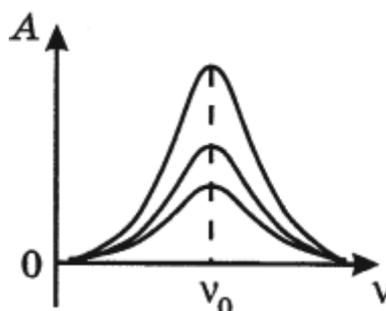
Вынужденные колебания и резонанс

Вынужденные колебания – это колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы.

Вынужденные колебания, происходящие под действием гармонически изменяющейся внешней силы, тоже являются гармоническими и незатухающими. Их частота равна частоте внешней силы и называется частотой вынужденных колебаний.

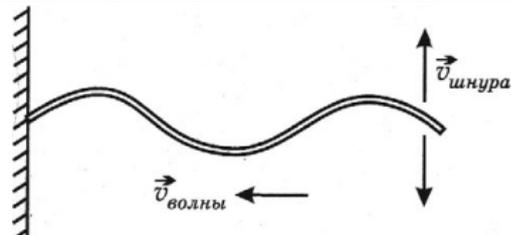
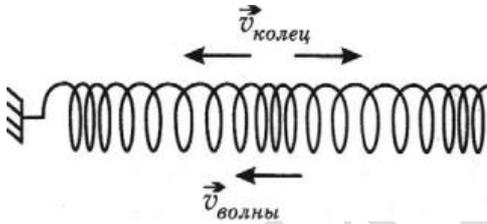
Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды колебаний, которое происходит при совпадении частоты вынуждающей силы и собственной частоты колебаний тела. Условие резонанса: $\nu_0 = \nu_{\text{внеш}} = \nu_{\text{рез}}$, где ν_0 – собственная частота колебаний маятника.

На рисунке изображены резонансные кривые для сред с разным трением. Чем меньше трение, тем выше и острее резонансная кривая.



Механические волны

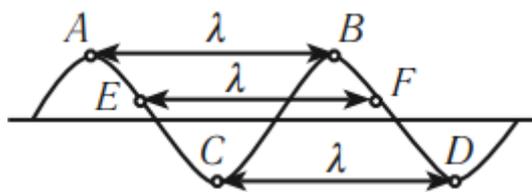
Механические волны – это процесс распространения колебаний в упругой среде.

Продольные	Поперечные
Колебание частиц среды происходит перпендикулярно направлению распространения волны	Колебание частиц среды происходит в направлении распространения волны
	
Поперечная волна представляет собой чередование горбов и впадин. Поперечные волны возникают вследствие сдвига слоев среды относительно друг друга, поэтому они распространяются в твердых телах.	Продольная волна представляет собой чередование областей уплотнения и разрежения. Продольные волны возникают из-за сжатия и разрежения среды, поэтому они могут возникать в жидких, твердых и газообразных средах.

Важно! Механические волны не переносят вещество среды. Они переносят энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц среды и потенциальной энергии ее упругой деформации.

Длина волны

Длина волны – это расстояние, на которое волна распространяется за один период, т. е. это кратчайшее расстояние между двумя точками среды, колеблющимися в одинаковых фазах. Обозначение – λ , единица измерения – м.



Расстояние между соседними гребнями или впадинами в поперечной волне и между соседними сгущениями или разрежениями в продольной волне равно длине волны.

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu},$$

где v – скорость волны, ν – частота колебаний, T – период колебаний.

Скорость распространения волны – это скорость перемещения горбов и впадин в поперечной волне и сгущений или разрежений в продольной волне.

Звук – это механические волны, воспринимаемые органом слуха. Инфразвук – волны, с частотой меньше 16 Гц; звук – волны, с частотой от 16 Гц до 20 кГц; ультразвук – волны, с частотой более 20 кГц.

Скорость звука зависит от: упругих свойств среды - в воздухе – 331 м/с, в воде – 1400 м/с, в металле – 5000 м/с и от температуры - в воздухе при температуре 0°C – 331 м/с, в воздухе при температуре +15°C – 340 м/с.

Характеристики звуковой волны

1. Громкость – зависит от амплитуды колебаний в звуковой волне. Чем больше амплитуда, тем громче звук;
2. Высота тона – зависит от частоты колебаний. Чем больше частота, тем выше звук.