

Задание 1. Кинематика материальной точки

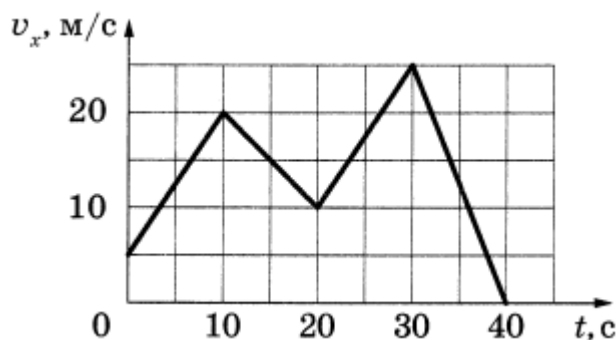
Тип 1. Нахождение проекции (или модуля) ускорения по графику зависимости проекции скорости от времени.

Для нахождения проекции ускорения пользуемся формулой

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t},$$

где a_x – проекция ускорения; v_x – проекция конечной скорости тела на том участке движения, где находим проекцию ускорения; v_{0x} – проекция начальной скорости тела на том участке движения, где находим проекцию ускорения; t – время изменения скорости от v_{0x} до v_x .

Пример. На графике приведена зависимость проекции скорости v_x тела от времени t .



Определите проекцию a_x ускорения тела в интервале времени от 20 до 30 с. Ответ запишите с учетом знака проекции.

Решение. Мы рассматриваем интервал времени от 20 до 30 с. Время движения на этом участке $t = 30 \text{ с} - 20 \text{ с} = 10 \text{ с}$. Проекция конечной скорости тела на интересующем нас участке $v_x = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Проекция начальной скорости тела на интересующем нас участке $v_{0x} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Находим проекцию ускорения

$$a_x = \frac{25 - 10}{10} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: $1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

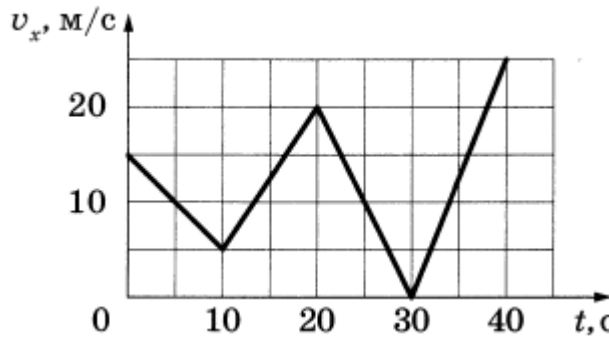
Важно!! Формулировка «Ответ запишите с учетом знака проекции» означает, что если в проекция ускорения получилась отрицательной, то в бланк ответов знак минус тоже пишем. И даже если вас просят просто найти проекцию ускорения, без уточнения насчет знака проекции, то в ответ пишем именно то число, которое получилось, т.е. если отрицательное, то пишем отрицательное.

Важно!! Если вас просят найти модуль ускорения, то в ответе может быть только положительное число. Находите сначала проекцию ускорения и если проекция ускорения получилась отрицательной, то берем от нее модуль.

Иногда задания этого типа могут усложнить, например, попросить найти ускорение в конкретный момент времени (многих это сбивает с толку, они не могут понять где брать начальную и конечную скорость), не задают интервал времени или задают интервал времени, где нельзя точно определить, чему равно значение проекции начальной или

конечной скорости. В таких случаях нужно поступить следующим образом: выбрать такой интервал времени, на котором можно вполне точно определить значения проекций начальной и конечной скоростей по графику, но при этом характер движения на выбранном участке меняться не должен! То есть выбираем участок, где скорость только либо возрастает, либо убывает, участок графика – отрезок, не ломанная линия! На таком участке движение тела будет равноускоренным.

Пример. На рисунке приведён график зависимости проекции v_x скорости тела от времени t .



Определите проекцию a_x ускорения этого тела в интервале времени от 10 до 15 с. Ответ запишите с учётом знака проекции.

Решение. На указанном интервале времени можно определить проекцию начальной скорости, а вот указать значение скорости в момент времени 15 с не получится. Рассмотрим интервал времени от 10 до 20 с. На этом участке характер движения тела не меняется (участок графика – отрезок прямой, скорость только возрастает), движение тела равноускоренное, а значит, проекция ускорения постоянна, т.е. если найти проекцию ускорения на интервале времени от 10 до 20 с, то она будет такой же и на заданном интервале от 10 до 15 с. Время движения на этом участке $t = 20 \text{ с} - 10 \text{ с} = 10 \text{ с}$. Проекция конечной скорости тела на интересующем нас участке $v_x = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Проекция начальной скорости тела на интересующем нас участке $v_{0x} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Находим проекцию ускорения

$$a_x = \frac{20 - 5}{10} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: $1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Точно также нужно поступить, если вас просят найти ускорение в какой-то момент времени (взять участок с удобными значениями) или вообще не задан интервал времени (тоже нужно взять участок с удобными значениями).

Тип 2. Нахождение перемещения (проекции или модуля) по графику зависимости проекции скорости от времени.

Проекцию перемещения по графику зависимости проекции скорости от времени или модуль перемещения по графику зависимости модуля скорости от времени (редкий случай) можно найти как площадь под графиком. Как правило, фигуры, получающиеся под графиком, это трапеции, прямоугольные или произвольные треугольники, а также прямоугольники. Напомним формулы нахождения площадей.

Площадь трапеции: полусумма оснований на высоту

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h.$$

Площадь прямоугольного треугольника: половина произведения катетов

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b.$$

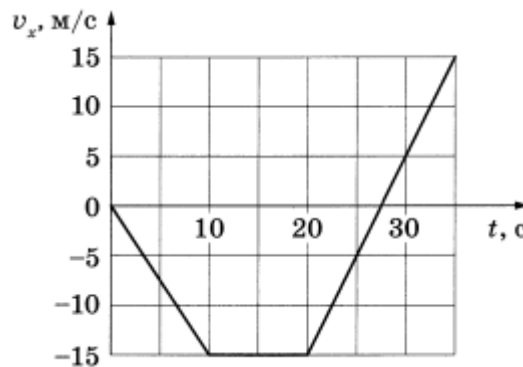
Площадь произвольного треугольника: половина основания на высоту

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h.$$

Площадь прямоугольника: произведение дли сторон прямоугольника

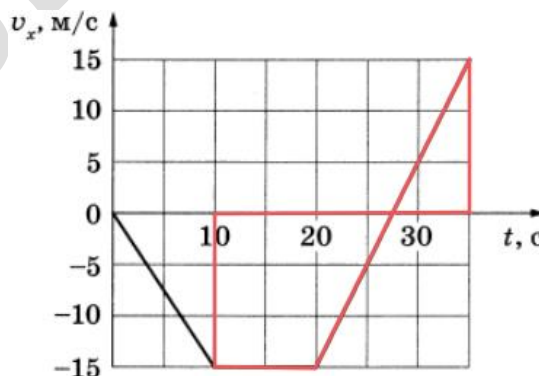
$$S = a \cdot b.$$

Пример. Автомобиль движется по прямой улице, параллельной оси Ox . На графике представлена зависимость проекции его скорости v_x от времени t .



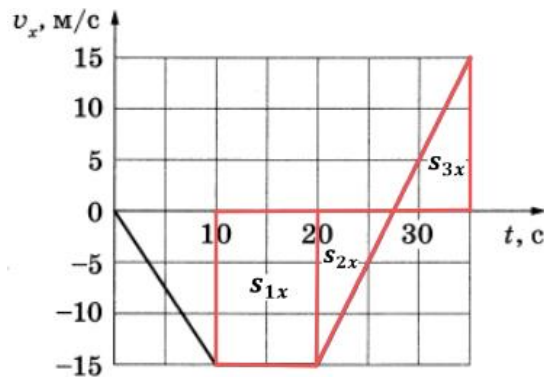
Определите проекцию перемещения автомобиля s_x в интервале времени от 10 до 35 с. Ответ запишите с учётом знака проекции.

Решение. Нам требуется найти площадь фигуры под графиком. Эта фигура может быть ограничена следующими линиями: самим графиком, координатными осями и вертикальной линией соответствующей заданному моменту времени. Например, на нашем графике это выглядит так.



Получилось две фигуры: прямоугольная трапеция и прямоугольный треугольник. График в точке пересечения с осью времени проходит через неизвестное значение (визуально конечно видно, чему равно это значение времени, но для общности рассуждений мы поступим по-другому, вдруг в задании, которое вам попадется будет не так очевидно). Разобьем трапецию на треугольник и прямоугольник. Видно, что у нас получилось два равных по площади прямоугольных треугольника, один из которых

лежит выше оси времени (проекция перемещения на этом участке будет положительна), а второй – ниже оси времени (проекция перемещения на этом участке будет отрицательна), то есть перемещения равны по модулю, но противоположны по знаку $s_{3x} = -s_{2x}$.



Перемещение в интервале времени от 10 до 20 с находим как площадь прямоугольника

$$s_{1x} = 10 \cdot (-15) = -150 \text{ м.}$$

Перемещение в интервале времени от 10 до 35 с

$$s_x = s_{1x} + s_{2x} + s_{3x} = s_{1x} + s_{2x} - s_{2x} = s_{1x},$$

$$s_x = -150 \text{ м.}$$

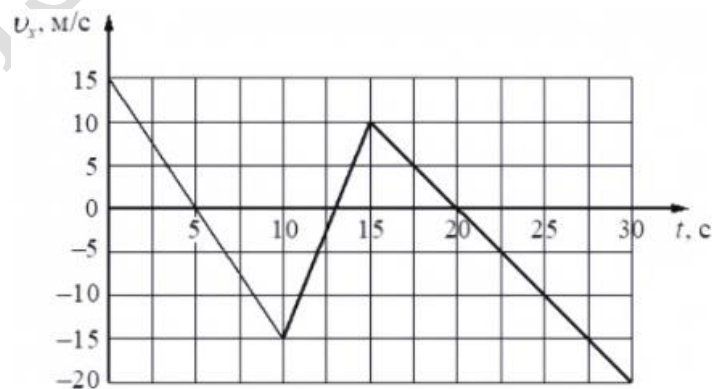
Ответ: -150 м (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Важно!! Следите за формулировкой задания, если бы нас попросили найти модуль перемещения, то в ответе должно быть только положительное число.

Тип 3. Нахождение пути по графику зависимости проекции скорости от времени.

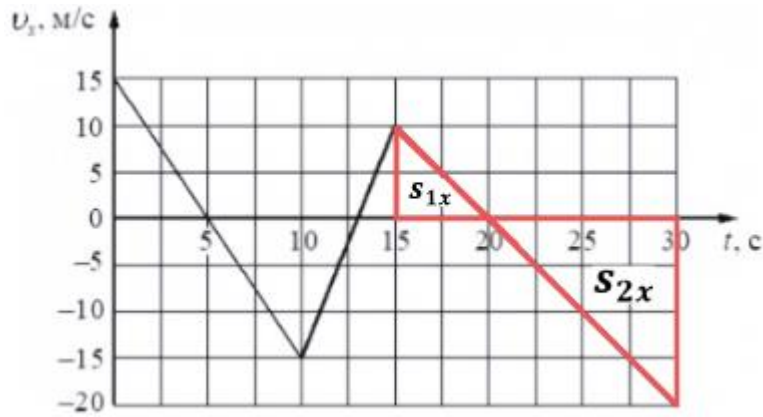
Путь, пройденный телом, можно найти через перемещения тела. Путь можно найти как сумму модулей перемещений тела на отдельных участках движения. А перемещение, как мы помним, находится по площади под графиком зависимости проекции скорости от времени.

Пример. На рисунке приведён график зависимости проекции v_x скорости тела от времени t .



Определите путь, пройденный телом в интервале времени от 15 до 30 с.

Решение. Найдем проекцию и модуль перемещения тела, разбив весь интервал движения на два: от 15 до 20 с и от 20 до 30 секунд. Проекцию перемещения будем искать как площадь под графиком.



$$s_{1x} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 = 25 \text{ м},$$

$$s_{2x} = \frac{1}{2} \cdot (-20) \cdot 10 = -100 \text{ м}.$$

Проекция перемещения на втором участке отрицательна. Это означает, что тело двигалось в направлении противоположном оси x . Модуль перемещения на этом участке $s_2 = 100$ м. Модуль перемещения тела в интервале времени от 15 до 20 с $s_1 = 25$ м. Находим пройденный путь

$$l = s_1 + s_2,$$

$$l = 25 + 100 = 125 \text{ м}.$$

Ответ: 125 м (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Примечание. При нахождении пути может быть следующий подводный камень: если тело меняет направление движения, то путь не равен перемещению. Именно такой пример мы и привели. Если посмотреть на график, то видно, что модуль скорости тела от 15 с до 20 с уменьшался (тело тормозило), при этом проекция скорости была положительна (тело двигалось в направлении оси x). В момент времени $t = 20$ с тело остановилось, а затем, как отмечалось выше, продолжило двигаться в направлении противоположном оси x , т.е. в обратном направлении, хотя движение все время было равноускоренным. Поэтому нам пришлось складывать модули перемещений. Если же тело не меняло направление движения (на рассматриваемом интервале времени проекция скорости не меняла знак), то путь будет равен перемещению.

Тип 4. Нахождение средней скорости по графику зависимости проекции скорости от времени.

На что нужно обратить внимание? Есть понятие средней скорости перемещения, она равна отношению перемещения ко времени, за которое это перемещение произошло

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t}.$$

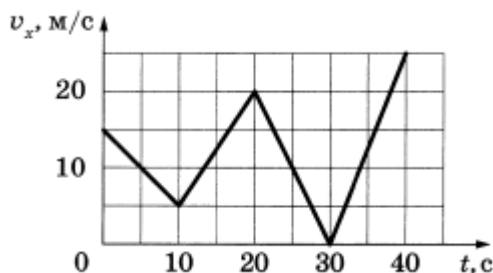
А есть понятие средней путевой скорости, которая находится как отношение пути ко времени, за которое этот путь был пройден

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{t}.$$

Поэтому внимательно читаем формулировку задания. Как правило идет о средней путевой скорости и тогда в задании пишут просто «найдите среднюю скорость». Как

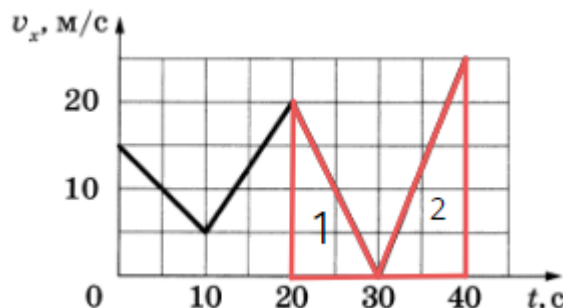
находить путь и перемещение по графику зависимости проекции скорости от времени, мы уже знаем.

Пример. Тело движется вдоль оси Ox . На рисунке приведён график зависимости проекции v_x скорости тела от времени t .



Определите среднюю скорость тела в интервале времени от 20 до 40 с.

Решение. Найдем пройденный телом путь как площадь под графиком зависимости проекции скорости от времени



$$s_{1x} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 = 100 \text{ м},$$

$$s_{2x} = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 10 = 125 \text{ м},$$

$$s_x = s_{1x} + s_{2x}, s_x = 100 + 125 = 225 \text{ м}.$$

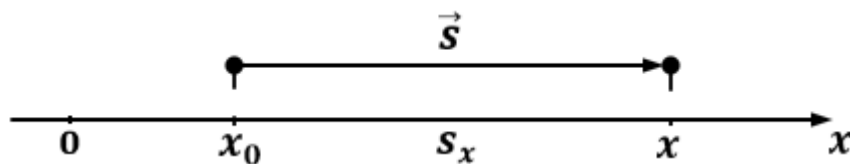
Тело не меняло направления движения (проекция скорости все время неотрицательна), поэтому путь равен перемещению. Находим среднюю скорость

$$v_{\text{cp}} = \frac{225}{20} = 11,25 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: 11,25 м/с (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Тип 5. Нахождение перемещения (проекции или модуля) по графику зависимости проекции координаты от времени.

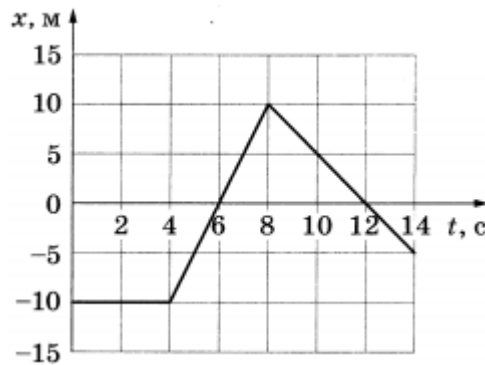
Проекция перемещения и координаты тела связаны друг с другом. Достаточно взглянуть на рисунок, чтобы понять эту связь.



$$s_x = x - x_0.$$

Характер движения не имеет значения, движение может быть любым.

Пример. На рисунке приведён график зависимости координаты тела x от времени t при прямолинейном движении тела вдоль оси Ox . Определите проекцию перемещения этого тела на ось Ox в промежутке времени от 0 до 14 с. Ответ запишите с учётом знака проекции.



Решение. Координата тела в момент времени $t_1 = 0$ с (начальная координата на заданном интервале времени) $x_0 = -10$ м. Координата тела в момент времени $t_2 = 14$ с (конечная координата на заданном интервале времени) $x = -5$ м. Находим проекцию перемещения

$$s_x = -5 - (-10) = 5 \text{ м.}$$

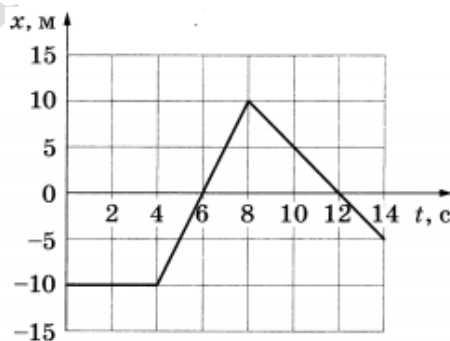
Ответ: 5 м (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Тип 6. Нахождение проекции (или модуля) скорости тела по графику зависимости проекции координаты от времени при равномерном прямолинейном движении.

Проекцию скорости времени при равномерном прямолинейном движении можно найти через координаты, а затем, если требуется, уже и модуль скорости

$$v_x = \frac{s_x}{t} = \frac{x - x_0}{t_1 - t_2}.$$

Пример. На рисунке приведён график зависимости координаты тела x от времени t при прямолинейном движении тела вдоль оси Ox . Определите проекцию скорости этого тела на ось Ox в промежутке времени от 8 до 12 с. Ответ запишите с учётом знака проекции.



Решение. Координата тела в момент времени $t_1 = 8$ с (начальная координата на заданном интервале времени) $x_0 = 10$ м. Координата тела в момент времени $t_2 = 12$ с (конечная координата на заданном интервале времени) $x = 0$ м. Находим проекцию скорости

$$v_x = \frac{0-10}{12-8} = -2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: - 2,5 м/с (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Важно!! Иногда пишут не «модуль скорости», а величина или значение скорости. В таких случаях имеют ввиду модуль скорости.

Тип 7. Нахождение проекции (или модуля) скорости тела или нахождение проекции (или модуля) ускорения по графику зависимости проекции координаты от времени при прямолинейном равноускоренном движении.

Координата тела при прямолинейном равноускоренном движении описывается формулой

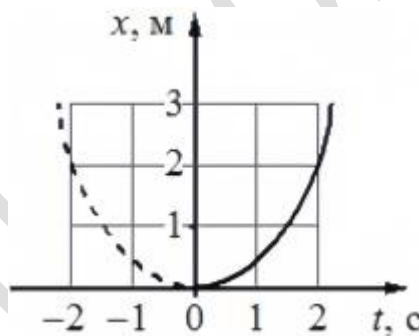
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2} \cdot t^2.$$

Используя эту формулу и график зависимости координаты от времени можно определить все коэффициенты в этом уравнении, а затем уже ответить на вопрос задачи. Правда было бы неплохо знать вид графика в зависимости от коэффициентов в уравнении, тогда будет легче (повторите алгебру 8 класс, если я не ошибаюсь). Ну, или хотя бы нужно знать формулу координаты вершины

$$t_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{v_{0x}}{2 \cdot \frac{a_x}{2}} = -\frac{v_{0x}}{a_x}.$$

Разберемся на конкретном примере.

Пример. Материальная точка движется прямолинейно с постоянным ускорением вдоль оси Ox . График зависимости её координаты от времени $x = x(t)$ изображён на рисунке. Определите проекцию скорости этого тела в момент времени $t = 1$ с.



Решение. В начальный момент времени ($t = 0$ с) тело находится в точке с координатой $x_0 = 0$ м. Эта же точка является вершиной параболы, то есть

$$-\frac{v_{0x}}{a_x} = 0 \Rightarrow v_{0x} = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Тогда уравнение координаты будет иметь вид

$$x = \frac{a_x}{2} \cdot t^2.$$

Выразим отсюда проекцию ускорения и найдем ее, заметив, что в момент времени $t = 2$ с координата тела $x = 2$ м

$$2x = a_x t^2 \Rightarrow a_x = \frac{2x}{t^2},$$

$$a_x = \frac{2 \cdot 2}{2^2} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Уравнение скорости при прямолинейном равноускоренном движении позволяет ответить нам на вопрос задачи

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$

$$v_x = 0 + 1 \cdot 1 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: 1 м/с (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Примечание. Представим вариант хуже: вершина параболы лежит в некоторой произвольной точке. Тогда для определения v_{0x} и a_x придется составлять систему уравнений, определив координаты тела в разные моменты времени.

Тип 8. Задачи, решаемые с применением производной.

Физический (механический) смысл производной — скорость изменения величины во времени. Производная позволяет описать, как быстро изменяется одна физическая величина относительно другой во времени или в зависимости от иных параметров.

Например, скорость — это производная пути по времени, а ускорение — производная скорости по времени

$$x'_t = v_x(t),$$

$$v'_x(t) = a_x(t).$$

Пример. Координата x тела меняется с течением времени t согласно закону $x = 23 + 5t - 2t^2$, где все величины выражены в СИ. Определите проекцию a_x ускорения этого тела.

Решение. Вначале найдем, какой вид имеет зависимость проекции скорости от времени. Находим производную от координаты

$$x' = (23 + 5t - 2t^2)' = 5 - 4t.$$

Теперь находим проекцию ускорения как производную от скорости

$$v'_x(t) = (5 - 4t)' = -4$$

Таким образом, проекция ускорения $a_x = -4 \text{ м/с}^2$.

Ответ: -4 м/с² (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Тип 9. Текстовые задачи, решаемые с применением одной-двух формул, описывающих прямолинейное (равномерное или равноускоренное) движение, включая свободное падение.

При решении этих задач можно пользоваться формулами:

1.	$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t} = x'(t)$	Скорость материальной точки
2.	$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = v'_x(t)$	Ускорение материальной точки
3.	$x(t) = x_0 + v_x t$	Координата при равномерном прямолинейном движении
4.	$x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	Координата при прямолинейном равноускоренном движении (ПРУД)

5.	$v_x = v_{0x} + a_x t$	Скорость при ПРУД
6.	$v_{2x}^2 - v_{1x}^2 = 2a_x s_x$	Связь ускорения с перемещением при ПРУД
7.	$s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t$	Путь при движении в одном направлении с постоянным ускорением

Если в задаче идет речь о теле, которое бросили вертикально вверх или оно падает, то в отсутствии сопротивления воздуха, ускорение, с которым движется тело, равно ускорению свободного падения. Для таких движений справедливы все формулы 2, 4 – 7, записанные в проекциях на вертикальную ось (меняем x на y в формулах) с учетом того, что модуль ускорения $a = g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Пример. Начальная скорость движения тела равна 5 м/с. Сколько потребуется времени, чтобы увеличить его скорость в 3 раза при равноускоренном движении по прямой в одном направлении на пути в 20 м?

Решение. Воспользуемся формулой нахождения пути при движении в одном направлении с постоянным ускорением (по условию задачи «... при равноускоренном движении по прямой в одном направлении»)

$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t.$$

Нам сказано, что скорость тела увеличивается в 3 раза, поэтому $v_2 = 3v_1$, $v_2 = 3 \cdot 5 = 15$ м/с. Выражаем из формулы, записанной выше, время движения и находим его

$$2s = (v_1 + v_2) \cdot t,$$

$$t = \frac{2s}{v_1 + v_2},$$

$$t = \frac{2 \cdot 20}{5 + 15} = 2 \text{ с.}$$

Ответ: 2 с (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Тип 10. Относительность движения.

В заданиях первой части могут встретиться две формулировки:

1. Два тела движутся со скоростями, заданными в одной системе отсчета. Нужно найти скорость одного тела относительно другого тела (например, два автомобиля движутся навстречу друг другу)
2. Тело движется с некоторой скоростью, заданной в системе отсчета, которая сама движется относительно другой (например, пассажир идет по салону автобуса по направлению его движения или движение тела по течению или против течения реки)

Разберем каждую ситуацию, не вдаваясь в подробности, почему уравнения имеют именно такой вид. Допустим, что у нас есть два тела, которые движутся вдоль одной прямой со скоростями, равными по модулю v_1 и v_2 , заданными в одной системе отсчета и направленными противоположно друг другу (тела движутся либо навстречу друг другу, либо удаляются друг от друга). Тогда скорость любого тела относительно второго тела будет равна сумме скоростей тел

$$v = v_1 + v_2.$$

Если два тела движутся вдоль одной прямой со скоростями, равными по модулю v_1 и v_2 , заданными в одной системе отсчета и направленными одинаково (либо одно тело догоняет другое, либо они удаляются друг от друга). Тогда модуль скорости любого тела относительно второго тела будет равен разности скоростей тел

$$v = |v_1 - v_2|.$$

Типичные задачи здесь на движение автомобилей: либо автомобили движутся навстречу друг другу, либо один автомобиль догоняет другой автомобиль.

Если скорость мы рассматриваем движение тела, движущегося в системе отсчета, которая сама движется относительно некоторой неподвижной системы отсчета. Пусть скорость тела относительно движущейся системы отсчета v_1 , а скорость самой движущейся системы отсчета относительно неподвижной v_2 . Тогда скорость тела в неподвижной системе отсчета равна

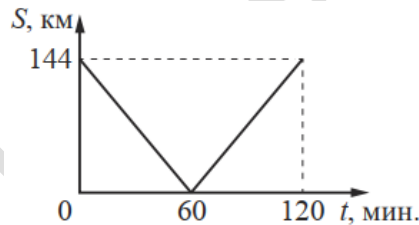
$$v = v_1 + v_2,$$

если $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ направлены одинаково и

$$v = |v_1 - v_2|,$$

если $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ направлены противоположно.

Пример. Из двух городов навстречу друг другу с постоянной скоростью движутся два автомобиля. На графике показано изменение расстояния между автомобилями с течением времени. Каков модуль скорости первого автомобиля в системе отсчёта, связанной со вторым автомобилем?



Решение. Автомобили движутся навстречу друг другу, поэтому скорость первого автомобиля в системе отсчёта, связанной со вторым автомобилем равна сумме скоростей автомобилей $v = v_1 + v_2$. По графику видно, что в момент начала движения между автомобилями было расстояние $s = 144 \text{ км} = 144000 \text{ м}$. Также по графику видно, что через время $t = 60 \text{ мин} = 3600 \text{ с}$ расстояние между телами равно нулю, т.е. тела встретились, а значит общее пройденное расстояние $s_1 + s_2 = s$, где s_1 – расстояние пройденной первым автомобилем до встречи, а s_2 – расстояние пройденной вторым автомобилем до встречи. Тогда справедливы равенства

$$v = v_1 + v_2 = \frac{s_1}{t} + \frac{s_2}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{s}{t},$$
$$v = \frac{144000}{3600} = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: 40 м/с (единицу измерения в бланк ответа не пишем!).

Друзья! Как и любой другой проект, мы не можем существовать в этом мире без денег. Все материалы нашего сайта, канала или группы в Вк абсолютно бесплатны и без подписок. Чтобы мы имели возможность развиваться, например, приобрести лабораторное оборудование и записывать для вас красивые ролики о физике, мы просим вас помочь нашему проекту любой посильной для вас суммой!

Для отправки доната нажмите на ссылку

[Отправить донат](#)

или отсканируйте QR-код



С уважением к вам, авторы материалов проекта «Физика-онлайн».